



Liceo José Victorino Lastarria
Rancagua
"Formando Técnicos para el mañana"
Unidad Técnico-Pedagógica



Guía de Retroalimentación – Matemáticas - PIE

Semana del 29 de junio al 3 de julio de 2020

Profesor	Jorge N. Liberona Villalobos	Nivel	Cuarto Año Enseñanza Media
CONTENIDO(S) Cálculo de mínimo común múltiplo (m.c.m) Ecuaciones Racionales o Fraccionarias	APRENDIZAJES ESPERADOS Refuerzan y retroalimentan la resolución de ecuaciones, en el contexto del conjunto \mathbb{Q} , a través de la aplicación del mínimo común múltiplo.	ACTITUD Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	
ALUMNO(A)		CURSO	FECHA

INSTRUCCIONES

1. La Guía correspondiente a esta semana considera el reforzamiento y retroalimentación de Ecuaciones Racionales o Fraccionarias, su resolución y comprobación de resultados.
2. El envío de tus consultas o dudas nuevas que surjan del desarrollo y estudio de este material puedes hacerlo al correo indicado en el punto 5.
3. Recuerda que el cuaderno con todos los desarrollos solicitados durante este período de emergencia sanitaria se revisará y evaluará una vez que retornemos a clases regulares. Esto incluye el desarrollo de la guía de la primera semana, independiente que ésta debe ser enviada con sus desarrollos al correo mencionado al final de estas instrucciones.
4. Sería ideal en la medida que les sea posible, vayan imprimiendo las guías y talleres que se les vaya enviando, dejando todo organizado en una carpeta adicional a modo de portafolio. Dicha carpeta deberá ser entregada para supervisión y evaluación, junto con el cuaderno, cuando nos reintegremos a clases.
5. **Cualquier duda, consulta y/o envío de trabajos** deben hacerlo al correo trabajoscuartom@gmail.com. Al enviar un e-mail con dudas, consultas u otros debes indicar nombre y curso. Para responder se utilizará el mismo correo del cual se emita la consulta o envío.

ECUACIONES RACIONALES

Se denominan **ecuaciones racionales** o **ecuaciones en \mathbb{Q}** a aquellas que presentan números racionales (fracciones) en su conformación y la incógnita se puede ubicar en los numeradores, en los denominadores, o en ambos.

Ejemplos

$$\frac{3x}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x+1}{3} - x = \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{2}{x-1}$$

¿Cómo se resuelve una ecuación racional, con incógnita(s) en el(los) numerador(es)?

Primero se la debe transformar en una ecuación en \mathbb{Z} (Números Enteros) a través del cálculo y aplicación del **mínimo común múltiplo** (*m.c.m*) entre los denominadores y después, se resuelve a través de los procedimientos algebraicos normales y acostumbrados.

¿Cómo se calcula el m.c.m entre dos o más números?

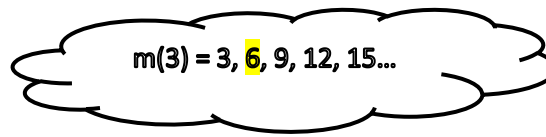
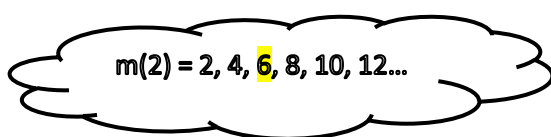
Entendiendo que **m.c.m** es el **menor de los múltiplos comunes o repetidos que existe entre dos o más números**, existen varios métodos entre los cuales se destacan:

Por listado de múltiplos

Se comienza a desarrollar mentalmente los primeros múltiplos de los números involucrados, y se escoge el primero que aparezca repetido en todas las listas.

Ejemplo

¿Cuál es el m.c.m entre 2 y 3?



Como se puede apreciar el primer **múltiplo común** o “repetido” es 6, luego el m.c.m entre 2 y 3 es **6**.

Por tabla de factores primos

A veces por el tamaño de los números involucrados no es posible utilizar el método anterior, por lo que se recurre a una tabla de factores primos.

Ejemplo

¿Cuál es el m.c.m entre 6 y 9?

6	9	
3	9	2
1	3	3
	1	3

Luego, m.c.m entre 6 y 9 = $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$

Observación

Existen dos pequeñas reglas que simplifican en algunos casos, el cálculo del m.c.m.

- Si los números entre los cuales se va a calcular el m.c.m no existe ninguna relación entre ellos (*son primos entre sí*) entonces, el m.c.m. entre ellos es el producto de los mismos.

Ejemplo

¿Cuál es el m.c.m. entre 2 y 5?

Como se puede apreciar entre 2 y 5 no existe algún tipo de relación. Por ejemplo, 2 no es divisor de 5, o 5 no es múltiplo de 2, y además el único divisor que tienen en común es 1. Entonces el m.c.m. entre 2 y 5 es $2 \cdot 5 = 10$

- Si uno de los números es **múltiplo** del otro, entonces el m.c.m es el **mayor** de los números involucrados.

Ejemplo

¿Cuál es el m.c.m. entre 2 y 10?

Como se puede ver 10 es múltiplo de 2, entonces, el m.c.m entre 2 y 10 es **10** (el número mayor)

¿Cómo se aplica el m.c.m encontrado en la resolución de la ecuación?

$$\frac{x}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{2}$$

1° Se calcula el m.c.m entre los denominadores, en este caso, entre 3, 6 y 2. Al calcularlo por cualquiera de los dos métodos descritos anteriormente éste resulta ser **6**.

2° Se determina cuántas veces cabe cada denominador en el m.c.m encontrado, y con dicho número se va multiplicando el numerador que le corresponde a cada denominador.

En la primera fracción 3 cabe 2 veces en el 6, entonces, se multiplica 2 por x; en la segunda el 6 cabe 1 vez en el 6, entonces, se multiplica 1 por 1 y en la tercera fracción 2 cabe 3 veces en el 6, entonces, se multiplica 3 por 3.

Con esto la ecuación queda registrada de la siguiente manera:

$$2 \cdot x + 1 \cdot 1 = 3 \cdot 3$$

con lo que la ecuación original se transforma en la siguiente:

$$2x + 1 = 9$$

3° La nueva ecuación registrada se resuelve en la forma acostumbrada, obteniéndose la respuesta que se deseaba encontrar

$$2x = 9 - 1$$

$$2x = 8$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

Observaciones

- i) Al aplicar el m.c.m entre los denominadores lo que se hace es convertir los factores racionales o fraccionarios en factores enteros, a través de otra ecuación equivalente.
- ii) La expresión $\frac{3x}{4}$ es lo mismo que $\frac{3}{4}x$
- iii) En el caso que dentro de la ecuación aparezca un número o expresión entera, se le agrega el denominador 1 y se la hace participar de las multiplicaciones correspondientes.
$$2x = \frac{2x}{1}$$
- iv) El hecho que sea una ecuación con números racionales (fracciones) no implica que el resultado deba ser un número racional o fracción; eventualmente podría ser un número entero.
- v) La comprobación del resultado se realiza en la forma acostumbrada, es decir, reemplazando el resultado en las incógnitas se realizan los cálculos y se demuestra la igualdad entre los sectores de la ecuación. El desarrollo de cada sector se hace en forma independiente.

$$\frac{x}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{2}$$

$$4 \cdot \frac{x}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 1}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{8 + 1}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

- vi) La respuesta final de una ecuación fraccionaria, en caso de ser un número racional (fracción) debe ser registrada como racional irreductible (fracción simplificada)

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resolver las siguientes ecuaciones racionales

1) $\frac{x}{5} + \frac{3}{10} = \frac{5}{2}$

2) $\frac{x}{2} + \frac{3}{5} = \frac{7}{10}$

$$3) \quad \frac{3}{4} + \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$$

$$4) \quad \frac{2}{3}x - \frac{1}{5} = \frac{5}{2}$$

$$5) \quad \frac{3x}{2} - \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$$

$$6) \quad \frac{4}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{10}x$$

$$7) \quad \frac{x}{7} + \frac{3}{14} = \frac{5}{14}$$

$$8) \quad \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{12} + \frac{x}{2}$$

$$9) \quad \frac{2}{5}x + \frac{1}{3} = \frac{x}{15} + \frac{2}{3}$$

$$10) \quad \frac{x}{2} + \frac{1}{3} = \frac{x}{6} + \frac{2}{3}$$

DESAFÍO

¿Cómo se desarrollará la siguiente ecuación?

$$\frac{x+1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}x$$