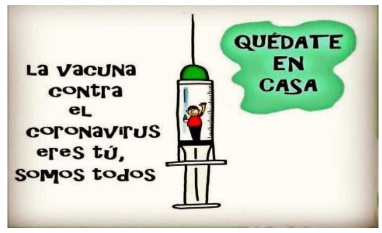
Liceo José Victorino Lastarria
Rancagua
"Formando Técnicos para el mañana"
Unidad Técnico-Pedagógica



Guía de Aplicación – Matemáticas			
Semana del 22 al 29 de junio al 3 de julio de 2020			
Profesor	Jorge N. Liberona Villalobos	**Nivel**	Cuarto Año Enseñanza Media
CONTENIDO(S) Cálculo de mínimo común múltiplo (m.c.m) Ecuaciones Racionales o Fraccionarias	**APRENDIZAJES ESPERADOS** Refuerzan y retroalimentan la resolución de ecuaciones, en el contexto del conjunto $\mathbb{Q}$, a través de la aplicación del mínimo común múltiplo.	**ACTITUD** Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	
ALUMNO(A)	**CURSO**	**FECHA**	

INSTRUCCIONES

1. *La Guía correspondiente a esta semana considera el reforzamiento y retroalimentación de Ecuaciones Racionales o Fraccionarias, su resolución y comprobación de resultados.*
2. *El envío de tus consultas o dudas nuevas que surjan del desarrollo y estudio de este material puedes hacerlo al correo indicado en el punto 5.*
3. *Recuerda que el cuaderno con todos los desarrollos solicitados durante este período de emergencia sanitaria se revisará y evaluará una vez que retornemos a clases regulares. Esto incluye el desarrollo de la guía de la primera semana, independiente que ésta debe ser enviada con sus desarrollos al correo mencionado al final de estas instrucciones.*
4. *Sería ideal en la medida que les sea posible, vayan imprimiendo las guías y talleres que se les vaya enviando, dejando todo organizado en una carpeta adicional a modo de portafolio. Dicha carpeta deberá ser entregada para supervisión y evaluación, junto con el cuaderno, cuando nos reintegremos a clases.*
5. ***Cualquier duda, consulta y/o envío de trabajos** deben hacerlo al correo* **trabajoscuartom@gmail.com** *. Al enviar un e-mail con dudas, consultas u otros debes indicar nombre y curso. Para responder se utilizará el mismo correo del cual se emita la consulta o envío.*

ECUACIONES RACIONALES

Se denominan ***ecuaciones racionales*** o ***ecuaciones en $\mathbb{Q}$*** a aquellas que presentan números racionales (fracciones) en su conformación y la incógnita se puede ubicar en los numeradores, en los denominadores, o en ambos.

Ejemplos

$$\frac{3x}{4}+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{x+1}{3}-x=\frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{x+1}+\frac{1}{x^2-1}=\frac{2}{x-1}$$

¿Cómo se resuelve una ecuación racional, con incógnita(s) en el(los) numerador(es)?

Primero se la debe transformar en una ecuación en $\mathbb{Z}$ (Números Enteros) a través del cálculo y aplicación del **mínimo común múltiplo** (*m.c.m*) entre los denominadores y después, se resuelve a través de los procedimientos algebraicos normales y acostumbrados.

¿Cómo se calcula el m.c.m entre dos o más números?

Entendiendo que **m.c.m** es el **menor de los múltiplos comunes o repetidos que existe entre dos o más números**, existen varios métodos entre los cuales se destacan:

Por listado de múltiplos
Se comienza a desarrollar mentalmente los primeros múltiplos de los números involucrados, y se escoge el primero que aparezca repetido en todas las listas.

Ejemplo
¿Cuál es el m.c.m entre 3 y 5?

m(3) = 3, 6, 9, 12, 15, 18...

m(5) = 5, 10, 15, 20...

Como se puede apreciar el primer **múltiplo común** o "*repetido*" es 15, luego el m.c.m entre 3 y 5 es **15**.

Por tabla de factores primos
A veces por el tamaño de los números involucrados no es posible utilizar el método anterior, por lo que se recurre a una tabla de factores primos.

Ejemplo
¿Cuál es el m.c.m entre 9 y 12?

9	12	
9	6	2
9	3	2
3	1	3
1		3

Luego, m.c.m entre 9 y 12 = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \mathbf{36}$

Observación
Existen dos pequeñas reglas que simplifican en algunos casos, el cálculo del m.c.m.

i) Si los números entre los cuales se va a calcular el m.c.m no existe ninguna relación entre ellos (*son primos entre sí*) entonces, el m.c.m. entre ellos es el producto de los mismos.

Ejemplo
¿Cuál es el m.c.m. entre 2 y 7?
Como se puede apreciar entre 2 y 7 no existe algún tipo de relación. Por ejemplo, 2 no es divisor de 7, o 7 no es múltiplo de 2, y además el único divisor que tienen en común es 1. Entonces el m.c.m. entre 2 y 7 es $2 \cdot 7 = \mathbf{14}$

ii) Si uno de los números es **múltiplo** del otro, entonces el m.c.m es el **mayor** de los números involucrados.

Ejemplo
¿Cuál es el m.c.m. entre 5 y 20?
Como se puede ver 20 es múltiplo de 5, entonces, el m.c.m entre 5 y 20 es **20** (el número mayor)

¿Cómo se aplica el m.c.m encontrado en la resolución de la ecuación?

$$\frac{\mathbf{2x}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}$$

1° Se calcula el m.c.m entre los denominadores, en este caso, entre 3, 6 y 2. Al calcularlo por cualquiera de los dos métodos descritos anteriormente éste resulta ser **6**.

2° Se determina cuántas veces cabe cada denominador en el m.c.m encontrado, y con dicho número se va multiplicando el numerador que le corresponde a cada denominador.

En la primera fracción 3 cabe 2 veces en el 6, entonces, se multiplica 2 por 2x; en la segunda el 6 cabe 1 vez en el 6, entonces, se multiplica 1 por 1 y en la tercera fracción 2 cabe 3 veces en el 6, entonces, se multiplica 3 por 5.

Con esto la ecuación queda registrada de la siguiente manera:

$$\mathbf{2 \cdot 2x + 1 \cdot 1 = 3 \cdot 5}$$

con lo que la ecuación original se transforma en la siguiente:

$$\mathbf{4x + 1 = 15}$$

3° La nueva ecuación registrada se resuelve en la forma acostumbrada, obteniéndose la respuesta que se deseaba encontrar

$$4x = 15 - 1$$

$$4x = 14$$

$$x = \frac{14}{4} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$$

Observaciones

i) Al aplicar el m.c.m entre los denominadores lo que se hace es convertir los factores racionales o fraccionarios en factores enteros, a través de otra ecuación equivalente.

ii) La expresión $\frac{2x}{3}$ es lo mismo que $\frac{2}{3}x$

iii) En el caso que dentro de la ecuación aparezca un número o expresión entera, se le agrega el denominador 1 y se la hace participar de las multiplicaciones correspondientes.

$$3x = \frac{3x}{1}$$

iv) El hecho que sea una ecuación con números racionales (fracciones) no implica que el resultado deba ser un número racional o fracción; eventualmente podría ser un número entero.

v) La comprobación del resultado se realiza en la forma acostumbrada, es decir, reemplazando el resultado en las incógnitas se realizan los cálculos y se demuestra la igualdad entre los sectores de la ecuación. El desarrollo de cada sector se debe hacer en forma independiente.

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}} + \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{14}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

vi) La respuesta final en caso de ser número racional (fracción) debe registrada como racional irreductible (fracción simplificada)

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resolver las siguientes ecuaciones racionales

1) $\frac{x}{5} + \frac{3}{10} = \frac{5}{2}$

2) $\frac{x}{2} + \frac{3}{5} = \frac{7}{10}$

3) $\frac{3}{4} + \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$

4) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{5} = \frac{5}{4}$

5) $\frac{3x}{2} - \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$

6) $\frac{4}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{10}x$

7) $\frac{x}{7} + \frac{3}{14} = \frac{5}{14}$

8) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{12} + \frac{x}{2}$

9) $\frac{2}{5}x + \frac{1}{3} = \frac{x}{10} + \frac{2}{3}$

10) $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = \frac{x}{6} + \frac{2}{3}$

DESAFÍO

¿Cómo se desarrollará la siguiente ecuación?

$$\frac{x+1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}x$$