Liceo José Victorino Lastarria
Rancagua
"Formando Técnicos para el mañana"
Unidad Técnico-Pedagógica

Guía de Teoría y Aplicación – Matemáticas - PIE **Semana 7**			
Semana del 11 al 15 de mayo de 2020			
Profesor	Jorge N. Liberona Villalobos	**Nivel**	Cuarto Año Enseñanza Media
CONTENIDO(S) Experimento Aleatorio. Eventos o sucesos. Clasificación de eventos. Espacio Muestral.	**APRENDIZAJES ESPERADOS** Conocen los distintos elementos asociados al cálculo de probabilidades. Reconocen los tipos de sucesos o eventos.	**ACTITUD** Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	
ALUMNO(A)		**CURSO**	**FECHA**

INSTRUCCIONES

1. *La Guía correspondiente a esta semana considera el desarrollo de una GUÍA de TEORÍA y APLICACIÓN asociada a* ***cálculo de probabilidades*** *pero centrada en los conceptos y elementos básicos que se deben conocer en forma previa, la cual debes considerar más como una síntesis conceptual.*
2. *Esta guía en lo relacionado a Problemas de Aplicación implica el* ***envío de tus respuestas****, por cuanto es necesario que recibas la* ***retroalimentación*** *correspondiente para esta actividad que se está entregando. El envío de tus respuestas debes hacerlo al correo indicado en el punto 5.*
3. *Recuerda que el cuaderno con todos los desarrollos solicitados durante este período de emergencia sanitaria se revisará y evaluará una vez que retornemos a clases regulares. Esto incluye el desarrollo de la guía de la primera semana, independiente que ésta debe ser enviada con sus desarrollos al correo mencionado al final de estas instrucciones.*
4. *Sería ideal en la medida que les sea posible, vayan imprimiendo las guías y talleres que se les vaya enviando, dejando todo organizado en una carpeta adicional a modo de portafolio. Dicha carpeta deberá ser entregada para supervisión y evaluación, junto con el cuaderno, cuando nos reintegremos a clases.*
5. ***Cualquier duda, consulta y/o envío de trabajos*** *deben hacerlo al correo* trabajoscuartom@gmail.com *. Al enviar un e-mail con dudas, consultas u otros debes indicar nombre y curso. Para responder se utilizará el mismo correo del cual se emita la consulta o envío.*

Que estén súper bien, tanto ustedes como su familia y, por favor, no salgan de sus casas si no es estrictamente necesario.

SÍNTESIS CONCEPTUAL

1. Cualquier fenómeno natural que pueda acontecer se puede clasificar como **determinístico** o **estocástico**.

i) **Fenómeno determinístico**

*"Cada vez que se presenta un determinado conjunto de circunstancias **C** entonces, siempre se produce el mismo acontecimiento **A**"*

En palabras simples, un fenómeno se conoce como determinístico cuando se conoce el resultado en forma previa y éste siempre sucede igual.

Ejemplos

- Lanzar una botella de vidrio, desde un octavo piso, hacia el estacionamiento del edificio.

Resultado: la botella se quebrará

- Aplicar un fósforo encendido en la esquina de una hoja de papel.

Resultado: el papel se incendiará

- Salir a caminar bajo la lluvia sin paraguas.

Resultado: la persona se mojará

ii) **Fenómeno estocástico**

*"Cada vez que se presenta un determinado conjunto de circunstancias **C** entonces, algunas veces se produce el acontecimiento **A** y otras veces no; siendo imposible predecirlo"*

En palabras simples, un fenómeno se conoce como estocástico cuando se conocen todos los resultados posibles pero, no se puede saber cuál de ellos ocurrirá.

Ejemplos

- Lanzar una moneda y registrar el resultado que se obtiene

Resultado: puede ser cara o sello, pero no hay como saber cuál saldrá si no se lanza la moneda antes.

- Lanzar un dado y obtener un número par.

Resultado: puede ser un número entre 1 y 6, pero no hay cómo saber cuál saldrá y si será o no par, si antes no se lanza el dado

- Extraer una carta desde un mazo de naipes inglés y obtener una figura (J, Q y K) de "pinta" roja.

Resultado: puede ser cualquiera de las 52 cartas que contiene un juego pero, no hay cómo saber cuál de ellas saldrá y si será o no una "letra", si antes no se extrae una de las cartas.

2. A los **experimentos** (o acciones) relacionados con fenómenos estocásticos se les denomina **experimentos aleatorios** por estar asociados con el azar, y se caracterizan por poseer tres propiedades básicas:

i) Se conocen previamente todos los resultados del experimento o acción.

ii) Es imposible predecir o "adivinar" el resultado que se obtendrá, si antes no se realiza el experimento o acción.

iii) En sucesivas realizaciones o ejecuciones del experimento o acción, con las mismas condiciones iniciales, pueden aparecer distintos resultados.

Ejemplos

- Lanzar un dado y anotar el número obtenido.
  Se conocen todos los resultados posibles que pueden salir pero, no se puede "adivinar" cuál saldrá y si se realiza la misma acción varias veces, no necesariamente saldrá el mismo resultado siendo lo más seguro que serán distintos.
- Lanzar una moneda y registrar el resultado.
- Consultar por la estatura de un alumno, escogido al azar, que pertenece a un determinado curso.

3. Se entiende por **espacio muestral** ($\boldsymbol{E}$) al conjunto de **todos los posibles resultados** que se pueden obtener al realizar un **experimento aleatorio** o acción.

Ejemplos

Experimento aleatorio	⇢	Lanzar un dado y registrar el resultado
Espacio muestral	⇢	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Experimento aleatorio	⇢	Lanzar una moneda y registrar el resultado
Espacio muestral	⇢	$\{Cara, Sello\}$

4. Algunos **espacios muestrales** que es necesario tener presente y conocer son:

i) Para **un dado**

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ii) Para **dos dados**

1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1
1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2
1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3
1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4
1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6

Observación

Nótese que para **un dado** los resultados son seis ($\mathbf{6^1} = 6$) y que, para **dos dados**, los resultados son treinta y seis ($\mathbf{6^2}$).

¿Qué sucede para "$\boldsymbol{n}$" dados?. En este caso la cantidad de resultados que se esperan son $\mathbf{6^n}$.

Ejemplo

Si se lanzan cuatro dados, simultáneamente, ¿cuántos resultados posibles pueden suceder para dicho experimento aleatorio o acción?

Solución

$$6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1.296 \text{ resultados distintos}$$

iii) Para **una moneda**

$$E = \{C, S\}$$

iv) Para **dos monedas**

$$E = \{CC, CS, SC, SS\}$$

v) Para **tres monedas**

$$E = \{CCC, CCS, CSC, CSS, SCC, SCS, SSC, SSS\}$$

Observación

¿Cuántos resultados se esperan si se trata de "$\boldsymbol{n}$" monedas? Los resultados posibles son $\mathbf{2^n}$.

Ejemplo

Si se lanzan cinco monedas, simultáneamente, ¿cuántos resultados posibles pueden suceder para dicho experimento aleatorio o acción

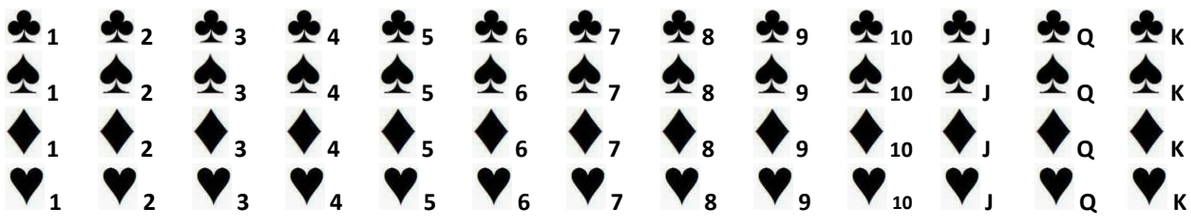
Solución

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \text{ resultados distintos}$$

vi) Para un **dominó**

1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6
1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	
1 3	2 4	3 5	4 6		
1 4	2 5	3 6			
1 5	2 6				
1 6					

vii) Para un **naipe inglés**



Normalmente, ♣ y ♠ son **negros**, en tanto que ♥ y ♦ son **rojos**.

5. Se entiende por **evento** o **suceso** a un **subconjunto del espacio muestral**, que presenta un determinado **experimento aleatorio** o acción.

Ejemplo

Experimento aleatorio	⇢	Lanzar un dado y registrar el resultado
Espacio muestral	⇢	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Evento o **suceso**	⇢	Que salga número impar

Cabe señalar que un **evento** o **suceso** tiene su **propio** **espacio muestral**. Por ejemplo, en el caso antes mencionado "*lanzar un dado y registrar el resultado*", el evento o suceso "*que salga número impar*" tiene por **espacio muestral** $E = \{1, 3, 5\}$

6. Los eventos o sucesos se clasifican en cuatro tipos diferentes, a saber:

i) Evento **cierto** o **seguro**: es aquel cuyo espacio muestral del evento coincide exactamente con el espacio muestral del experimento aleatorio.

Ejemplo

Sacar un número natural, cuando se lanza un dado
Espacio Muestral del Experimento (Lanzar un dado): $\{1,2,3,4,5,6\}$
Espacio Muestral del Evento (Número natural): $\{1.2.3.4.5.6\}$

ii) Evento **imposible**: es aquel que no tiene elementos, es decir, su espacio muestral está dado por un **conjunto vacío**.

Ejemplo

Sacar un número mayor que seis, cuando se lanza un dado
Espacio Muestral del Experimento (Lanzar un dado): $\{1,2,3,4,5,6\}$
Espacio Muestral del Evento (Número mayor que 6): $\emptyset$

iii) Eventos **mutuamente excluyentes**: son aquellos en los cuales la ocurrencia de uno de ellos impide la ocurrencia del otro, es decir, no puede ocurrir los dos simultáneamente.

Ejemplo

Sacar un número par o un número impar, cuando se lanza un dado
Si sale un número par entonces no salió impar, y si sale impar es porque no salió par. No puede salir un número par e impar, al mismo tiempo

iv) Eventos **complementarios**: son aquellos que no tienen elementos en común (elementos repetidos) y, la unión de ellos determina el espacio muestral del experimento aleatorio.

Ejemplo

Sacar una consonante o una vocal, desde un conjunto de fichas que contiene el abecedario

Espacio Muestral del Experimento (Sacar una letra desde un abecedario): $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, ñ, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$

Espacio Muestral del Evento 1 (Sacar una vocal): $\{a, e, i, o, u\}$

Espacio Muestral del Evento 2 (Sacar una consonante): $\{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, ñ, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}$

Nótese que al unir los elementos de los espacios muestrales de los eventos 1 y 2 resulta el espacio muestral del experimento (sacar una letra del abecedario)

v) Eventos **independientes**: son aquellos en donde la ocurrencia de uno de ellos no está asociada ni depende de la ocurrencia del otro.

Ejemplo

Sacar un número par al lanzar un dado y obtener un "sello" al lanzar una moneda

Espacio Muestral del Experimento (Lanzar un dado): $\{1,2,3,4,5,6\}$

Espacio Muestral del Experimento (lanzar una moneda): $\{cara, sello\}$

Nótese que el hecho que ocurra o no "sacar un número par" en el dado no es causa ni consecuencia de que ocurra o no "sacar sello" en la moneda.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

I. En cada uno de los siguientes fenómenos determine si éste, es **determinístico** o **estocástico**.

i)	Pinchar un globo con un alfiler	
ii)	Sacar una carta con número impar, desde un mazo de naipes	
iii)	Obtener un múltiplo de dos, al lanzar un dado	
iv)	Acercar un fósforo a una vela	
v)	Golpear con un martillo, un clavo puesto sobre una madera	
vi)	Obtener dos "caras" al lanzar dos monedas	
vii)	Dejar caer un vaso de vidrio con bebida	

II. En cada uno de los casos propuestos determine si éste (éstos) es (son): seguro, imposible, mutuamente excluyentes, independientes o complementarios.

i)	Obtener un diez al lanzar un dado común	
ii)	Obtener dos números enteros al lanzar dos dados	
iii)	Sacar un dígito par o impar, entre 0 y 9	
iv)	Obtener "cara" en una moneda y "cinco" en un dado	
v)	Irse "a pie" o "tomar un colectivo"	
vi)	Obtener un número menor que catorce, al sacar una carta desde un naipe inglés	
vii)	Sacar un "3 y 5" al escoger una pieza de dominó y, un "cuatro" al lanzar un dado	

III. ¿Cuántos resultados posibles se esperan si…?

- ✓ se lanzan tres monedas?
- ✓ se lanzan cuatro monedas?
- ✓ se lanzan dos dados?
- ✓ se lanzan tres dados?