



Liceo José Victorino Lastarria  
Rancagua  
"Formando Técnicos para el mañana"  
Unidad Técnico-Pedagógica



Guía de Teoría y Práctica			
Semana del 16 al 20 de marzo 2020			
<b>Profesor</b>	Jorge N. Liberona Villalobos	<b>Nivel</b>	Cuarto Año Enseñanza Media
<b>CONTENIDO(S)</b>	<b>APRENDIZAJES ESPERADOS</b>	<b>ACTITUD</b>	
Polígonos, elementos principales y secundarios de un polígono, clasificación de los polígonos, relaciones métricas para ángulos y diagonales en un polígono, áreas y perímetros de un polígono.	Analizar y descubrir relaciones de ángulos interiores y exteriores de un polígono. Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.	Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	
<b>ALUMNO(A)</b>	<b>CURSO</b>	<b>FECHA</b>	

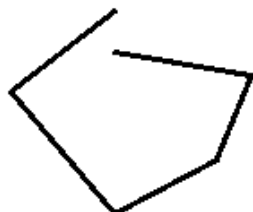
### Palabras claves

Línea poligonal, polígono, convexo, cóncavo, regular, irregular, inscrito, circunscrito, ángulo interior, ángulo exterior, diagonal, altura, bisectriz, paralela media, perímetro, área.

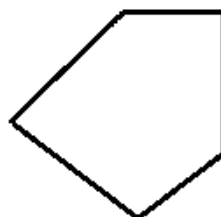
### ➤ PREVIO

#### Definición 1

Se entiende por **línea poligonal** a aquella que está formada por segmentos unidos o ensamblados cada uno con el siguiente; no situados en línea recta.



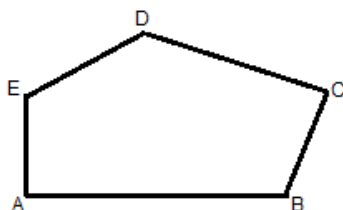
Línea poligonal abierta



Línea poligonal cerrada

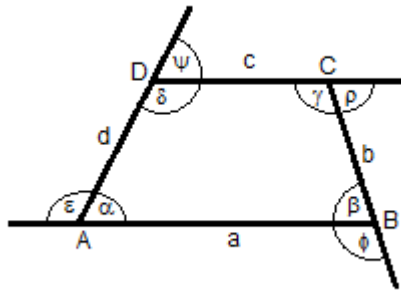
#### Definición 2

Se entiende por **polígono** a toda figura limitada por una línea poligonal cerrada, en donde los segmentos que conforman la misma se denominan **lados**.



➤ ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

Elementos principales



- i) **Lados:** cada uno de los segmentos que conforman la figura.

$$\overline{AB} = a \quad \overline{BC} = b \quad \overline{CD} = c \quad \overline{DA} = d$$

- ii) **Vértices:** puntos de unión de dos lados (segmentos) consecutivos.

$$A, B, C, D$$

- iii) **Ángulos interiores:** Amplitud interior que forman dos lados consecutivos con respecto a cada uno de los vértices de la figura.

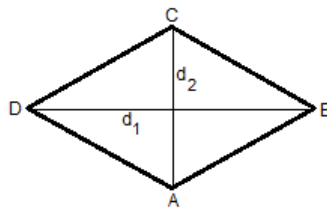
$$\alpha, \beta, \gamma, \delta$$

- iv) **Ángulos exteriores:** Amplitud exterior que surge por la intersección de cada lado con la prolongación de otro que le es consecutivo.

$$\epsilon, \phi, \rho, \psi$$

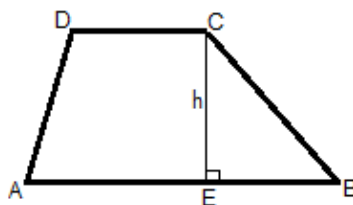
Elementos secundarios

- i) **Diagonal:** Segmento que une interiormente dos vértices no consecutivos.



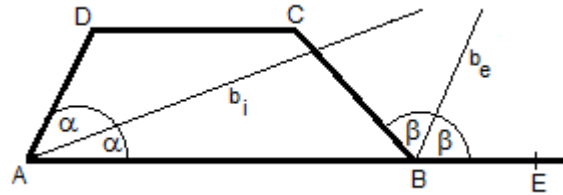
$$\overline{DB} = d_1 \quad \overline{CA} = d_2$$

- ii) **Altura:** Segmento que une perpendicularmente a cada vértice, con cualquiera de los lados que no forman parte del ángulo al cual pertenece el vértice involucrado.



$$CE = \text{altura } (h) \Leftrightarrow CE \perp AB$$

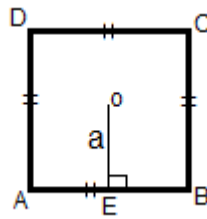
iii) **Bisectriz:** semirrecta que *dimidia* a cada ángulo del polígono, tanto interior como exterior.



$b_i = \text{bisectriz interior}$

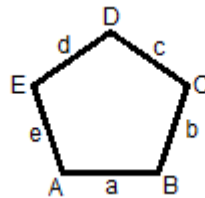
$b_e = \text{bisectriz exterior}$

iv) **Apotema:** trazo que une perpendicularmente el centro de la figura con el punto medio de cualesquiera de sus lados. Sólo existe en polígonos convexos regulares.



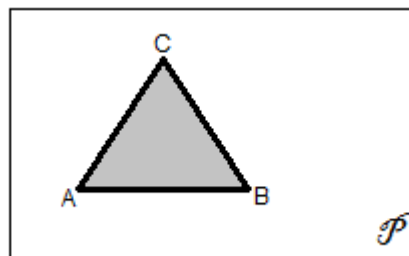
$$OE = \text{apotema } (a) \Leftrightarrow AE = EB \wedge OE \perp AB ; O = \text{centro}$$

v) **Perímetro:** suma de las medidas de los segmentos que conforman la figura.



$$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA} = a + b + c + d + e$$

vi) **Área:** parte o porción de un plano  $\mathcal{P}$ , que ocupa o abarca un polígono.

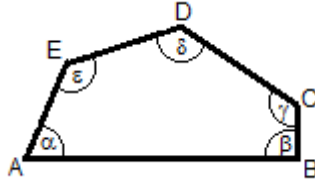


(Cada polígono tiene su propia relación métrica para el cálculo de área)

➤ CLASIFICACIÓN

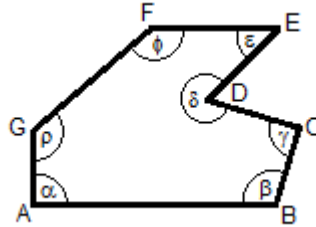
Según **ángulos interiores**

- i) Polígono **convexo**: si todos sus ángulos interiores son **agudos** ( $\alpha < 90^\circ$ ), **obtusos** ( $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ) o **rectos** ( $\alpha = 90^\circ$ )



$$0^\circ < \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon < 360^\circ$$

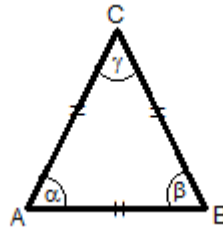
- ii) Polígono **cóncavo**: si a lo menos uno de sus ángulos interiores es **cóncavo** ( $180^\circ < \alpha < 360^\circ$ )



$$180^\circ < \delta < 360^\circ$$

Según **igualdad entre sus elementos**

- i) Polígono **equiangular**: si todos sus ángulos interiores son *congruentes* (iguales en medida).  
ii) Polígono **equilateral**: si todos sus lados son *congruentes* (igual medida).  
iii) Polígono **regular**: si es *equiangular* y *equilateral*, simultáneamente.

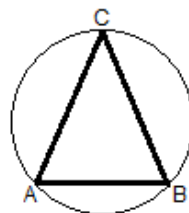


$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} \quad \wedge \quad \alpha = \beta = \gamma$$

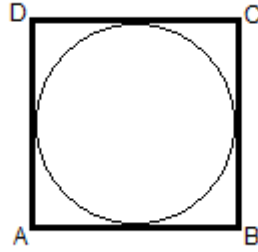
- iv) Polígono **irregular**: si a lo menos uno de sus lados es distinto de los demás en lo que respecta a su medida.  
v) Polígono **rectangular**: si todos sus ángulos interiores son rectos ( $90^\circ$ ). Si a lo menos uno de ellos no lo es entonces se denomina **no rectangular**.

Según **interrelación con una circunferencia**

- i) Polígono **inscrito**: si todos sus lados son cuerdas de una circunferencia.



ii) Polígono **circunscrito**: si todos sus lados son tangentes a una circunferencia.



Según cantidad de lados

Cantidad	Nombre	Cantidad	Nombre
3	Triángulo	9	Eneágono
4	Cuadrilátero	10	Decágono
5	Pentágono	11	Endecágono
6	Hexágono	12	Dodecágono
7	Eptágono	15	Pentadecágono
8	Octógono	20	Icoságono

➤ **RELACIONES MÉTRICAS EN UN POLÍGONO**

(En sistema sexagesimal, con  $n$  = cantidad de lados)

i) Suma de los ángulos interiores

$$\Sigma \alpha_i = 180(n - 2)$$

ii) Medida de cada ángulo interior (*polígono regular*)

$$\alpha_i = \frac{180(n - 2)}{n}$$

iii) Suma de los ángulos exteriores

$$\Sigma \alpha_e = 360$$

iv) Medida de cada ángulo exterior (*polígono regular*)

$$\alpha_e = \frac{360}{n}$$

$$\alpha_e = 180 - \alpha_i$$

v) Cantidad de diagonales desde cada vértice

$$d_v = n - 3$$

vi) Cantidad de diagonales totales (*con repetición*)

$$d_t = n(n - 3)$$

vii) Cantidad de diagonales totales distintas

$$d_d = \frac{n(n-3)}{2}$$

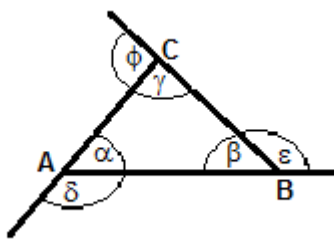
**APLICACIÓN**

Complete el cuadro siguiente de acuerdo con las relaciones métricas indicadas.

Nombre	Cantidad de lados	$\Sigma \alpha_i$	$\Sigma \alpha_\varepsilon$	$\alpha_i$	$\alpha_\varepsilon$	$d_v$	$d_t$	$d_d$
Triángulo								
Cuadrilátero								
Pentágono	5	540°	360°	108°	72°	2	10	5
Hexágono								
Eptágono								
Octógono								
Eneágono								
Decágono								
Endecágono								
Dodecágono								
Pentadecágono								
Icoságono								
				Polígono Regular				

**RELACIONES MÉTRICAS para ÁNGULOS, en algunos polígonos**

**TRIÁNGULO**



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\delta + \varepsilon + \phi = 360^\circ$$

$$\delta = \beta + \gamma$$

$$\varepsilon = \alpha + \gamma$$

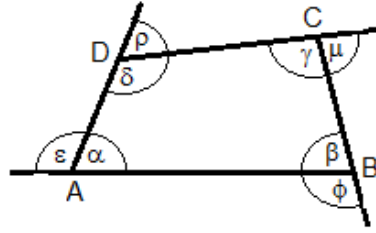
$$\phi = \alpha + \beta$$

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$\beta + \varepsilon = 180^\circ$$

$$\gamma + \phi = 180^\circ$$

**CUADRILÁTERO**



$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\epsilon + \phi + \mu + \rho = 360^\circ$$

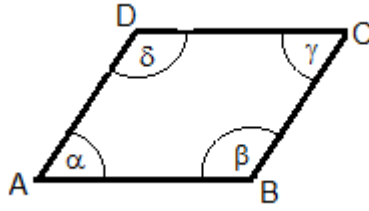
$$\epsilon + \alpha = 180^\circ$$

$$\beta + \phi = 180^\circ$$

$$\gamma + \mu = 180^\circ$$

$$\rho + \delta = 180^\circ$$

**ROMBO**



$$\alpha = \gamma$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\gamma + \delta = 180^\circ$$

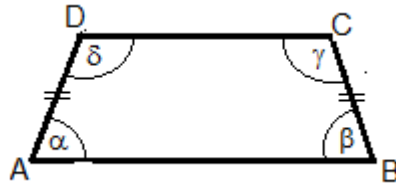
$$\beta = \delta$$

$$\beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

**TRAPECIO ISÓSCELES**



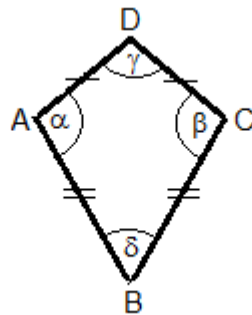
$$\alpha = \beta$$

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$\gamma = \delta$$

$$\beta + \gamma = 180^\circ$$

**TRAPEZOIDE SIMÉTRICO o DELTOIDE**

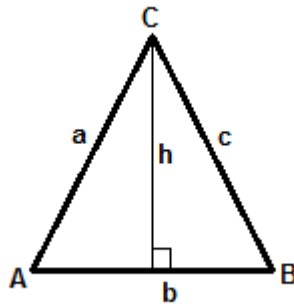


$$\alpha = \beta$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

RELACIONES MÉTRICAS para ÁREAS y PERÍMETROS en algunos polígonos

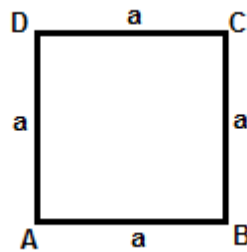
TRIÁNGULO de base  $b$  y altura  $h$



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$P = a + b + c$$

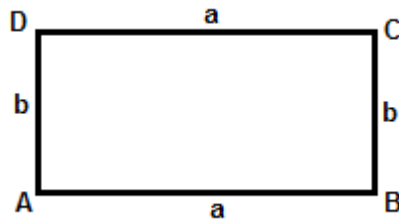
CUADRADO de lado  $a$



$$A = a^2$$

$$P = 4a$$

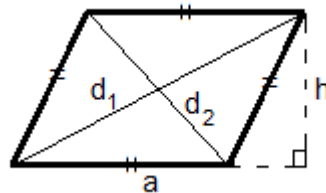
RECTÁNGULO de largo  $a$  y ancho  $b$



$$A = ab$$

$$P = 2(a + b) = 2a + 2b$$

ROMBO de lado  $a$ , altura  $h$  y diagonales  $d_1$  y  $d_2$



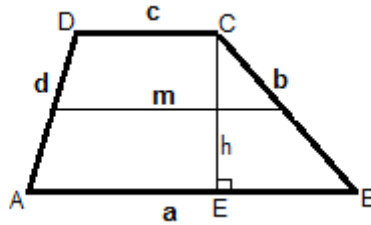
$$A = mh$$

$$P = 4a$$

$$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$



TRAPECIO de bases  $a$  y  $c$ , paralela media  $m$  y altura  $h$



$$m = \frac{a + c}{2}$$

$$A = mh$$

$$P = a + b + c + d$$

## ANEXO

### Clasificación de los TRIÁNGULOS

Triángulo <b>acutángulo isósceles</b>	<i>Dos lados iguales y sus tres ángulos interiores agudos</i>
Triángulo <b>acutángulo escaleno</b>	<i>Todos sus lados distintos y sus tres ángulos interiores agudos</i>
Triángulo <b>rectángulo isósceles</b>	<i>Dos lados iguales y un ángulo interior recto (90°)</i>
Triángulo <b>rectángulo escaleno</b>	<i>Todos sus lados distintos y un ángulo interior recto (90°)</i>
Triángulo <b>obtusángulo isósceles</b>	<i>Dos lados iguales y un ángulo interior obtuso</i>
Triángulo <b>obtusángulo escaleno</b>	<i>Todos sus lados distintos y un ángulo interior obtuso</i>
Triángulo <b>equilátero equiangular</b>	<i>Todos sus lados iguales y todos sus ángulos interiores iguales</i>

### Clasificación de los CUADRILÁTEROS

<b>Cuadrado</b>	<i>Cuadrilátero convexo regular rectangular simétrico que pertenece a los paralelogramos</i>
<b>Rombo</b>	<i>Cuadrilátero convexo regular no rectangular que pertenece a los paralelogramos</i>
<b>Rectángulo</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular rectangular simétrico que pertenece a los paralelogramos</i>
<b>Romboide</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular asimétrico que pertenece a los paralelogramos</i>
<b>Trapezio isósceles</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular simétrico que pertenece a los trapecios</i>
<b>Trapezio rectángulo</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular semirectangular asimétrico que pertenece a los trapecios</i>
<b>Trapezio escaleno</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular asimétrico que pertenece a los trapecios</i>
<b>Trapezio trisolátero</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular simétrico que pertenece a los trapecios</i>
<b>Trapezoide simétrico o deltoide</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular simétrico que pertenece a los trapezoides</i>
<b>Trapezoide asimétrico</b>	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular asimétrico que pertenece a los trapezoides</i>