



Liceo José Victorino Lastarria
Rancagua
"Formando Técnicos para el mañana"
Unidad Técnico-Pedagógica



Guía de Teoría y Práctica			
Semana del 16 al 20 de marzo 2020			
Profesor	Jorge N. Liberona Villalobos	Nivel	Cuarto Año Enseñanza Media
CONTENIDO(S)	APRENDIZAJES ESPERADOS	ACTITUD	
Polígonos, elementos principales y secundarios de un polígono, clasificación de los polígonos, relaciones métricas para ángulos y diagonales en un polígono, áreas y perímetros de un polígono.	Analizar y descubrir relaciones de ángulos interiores y exteriores de un polígono. Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.	Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	
ALUMNO(A)	CURSO	FECHA	

Palabras claves

Línea poligonal, polígono, convexo, cóncavo, regular, irregular, inscrito, circunscrito, ángulo interior, ángulo exterior, diagonal, altura, bisectriz, paralela media, perímetro, área.

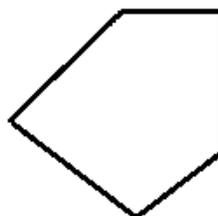
➤ PREVIO

Definición 1

Se entiende por **línea poligonal** a aquella que está formada por segmentos unidos o ensamblados cada uno con el siguiente; no situados en línea recta.



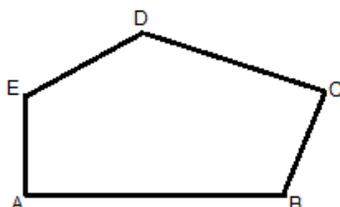
Línea poligonal abierta



Línea poligonal cerrada

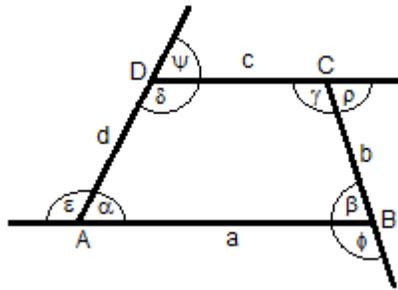
Definición 2

Se entiende por **polígono** a toda figura limitada por una línea poligonal cerrada, en donde los segmentos que conforman la misma se denominan **lados**.



➤ ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

Elementos principales



- i) **Lados:** cada uno de los segmentos que conforman la figura.

$$\overline{AB} = a \quad \overline{BC} = b \quad \overline{CD} = c \quad \overline{DA} = d$$

- ii) **Vértices:** puntos de unión de dos lados (segmentos) consecutivos.

$$A, B, C, D$$

- iii) **Ángulos interiores:** Amplitud interior que forman dos lados consecutivos con respecto a cada uno de los vértices de la figura.

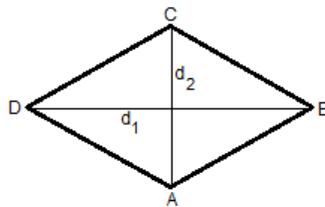
$$\alpha, \beta, \gamma, \delta$$

- iv) **Ángulos exteriores:** Amplitud exterior que surge por la intersección de cada lado con la prolongación de otro que le es consecutivo.

$$\varepsilon, \phi, \rho, \psi$$

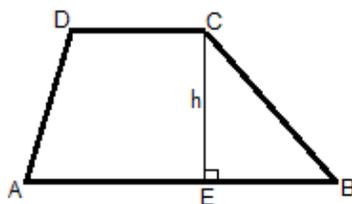
Elementos secundarios

- i) **Diagonal:** Segmento que une interiormente dos vértices no consecutivos.



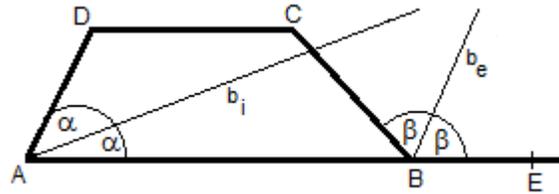
$$\overline{DB} = d_1 \quad \overline{CA} = d_2$$

- ii) **Altura:** Segmento que une perpendicularmente a cada vértice, con cualquiera de los lados que no forman parte del ángulo al cual pertenece el vértice involucrado.



$$CE = \text{altura } (h) \Leftrightarrow CE \perp AB$$

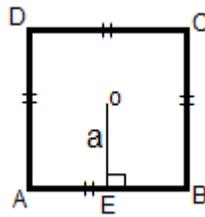
iii) **Bisectriz:** semirrecta que *dimidia* a cada ángulo del polígono, tanto interior como exterior.



$b_i = \text{bisectriz interior}$

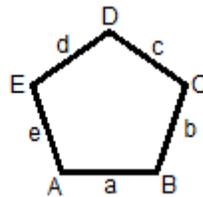
$b_e = \text{bisectriz exterior}$

iv) **Apotema:** trazo que une perpendicularmente el centro de la figura con el punto medio de cualesquiera de sus lados. Sólo existe en polígonos convexos regulares.



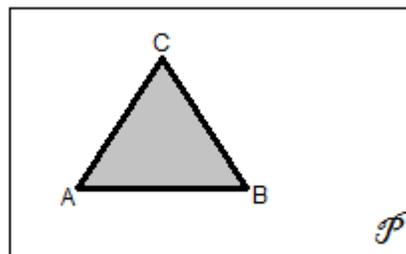
$$OE = \text{apotema } (a) \Leftrightarrow AE = EB \wedge OE \perp AB ; O = \text{centro}$$

v) **Perímetro:** suma de las medidas de los segmentos que conforman la figura.



$$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA} = a + b + c + d + e$$

vi) **Área:** parte o porción de un plano \mathcal{P} , que ocupa o abarca un polígono.

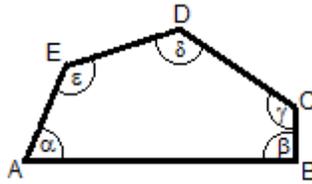


(Cada polígono tiene su propia relación métrica para el cálculo de área)

➤ CLASIFICACIÓN

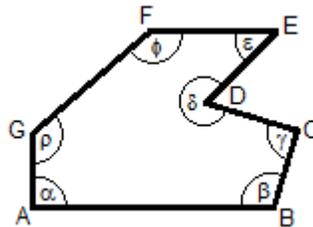
Según **ángulos interiores**

- i) Polígono **convexo**: si todos sus ángulos interiores son **agudos** ($\alpha < 90^\circ$), **obtusos** ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$) o **rectos** ($\alpha = 90^\circ$)



$$0^\circ < \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon < 360^\circ$$

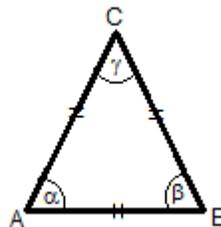
- ii) Polígono **cóncavo**: si a lo menos uno de sus ángulos interiores es **cóncavo** ($180^\circ < \alpha < 360^\circ$)



$$180^\circ < \delta < 360^\circ$$

Según **igualdad entre sus elementos**

- i) Polígono **equiangular**: si todos sus ángulos interiores son *congruentes* (iguales en medida).
ii) Polígono **equilateral**: si todos sus lados son *congruentes* (igual medida).
iii) Polígono **regular**: si es *equiangular* y *equilateral*, simultáneamente.

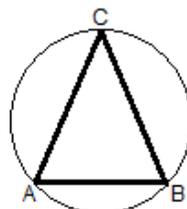


$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} \quad \wedge \quad \alpha = \beta = \gamma$$

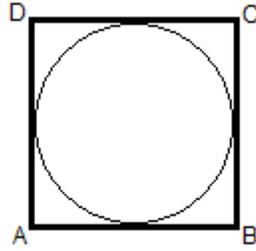
- iv) Polígono **irregular**: si a lo menos uno de sus lados es distinto de los demás en lo que respecta a su medida.
v) Polígono **rectangular**: si todos sus ángulos interiores son rectos (90°). Si a lo menos uno de ellos no lo es entonces se denomina **no rectangular**.

Según **interrelación con una circunferencia**

- i) Polígono **inscrito**: si todos sus lados son cuerdas de una circunferencia.



ii) Polígono **circunscrito**: si todos sus lados son tangentes a una circunferencia.



Según cantidad de lados

Cantidad	Nombre	Cantidad	Nombre
3	Triángulo	9	Eneágono
4	Cuadrilátero	10	Decágono
5	Pentágono	11	Endecágono
6	Hexágono	12	Dodecágono
7	Eptágono	15	Pentadecágono
8	Octógono	20	Icoságono

➤ **RELACIONES MÉTRICAS EN UN POLÍGONO**

(En sistema sexagesimal, con n = cantidad de lados)

i) Suma de los ángulos interiores

$$\Sigma \alpha_i = 180(n - 2)$$

ii) Medida de cada ángulo interior (*polígono regular*)

$$\alpha_i = \frac{180(n - 2)}{n}$$

iii) Suma de los ángulos exteriores

$$\Sigma \alpha_e = 360$$

iv) Medida de cada ángulo exterior (*polígono regular*)

$$\alpha_e = \frac{360}{n}$$

$$\alpha_e = 180 - \alpha_i$$

v) Cantidad de diagonales desde cada vértice

$$d_v = n - 3$$

vi) Cantidad de diagonales totales (*con repetición*)

$$d_t = n(n - 3)$$

vii) Cantidad de diagonales totales distintas

$$d_d = \frac{n(n-3)}{2}$$

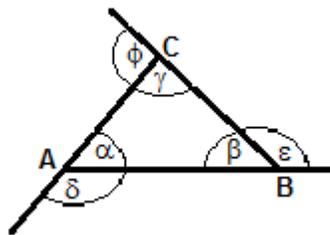
APLICACIÓN

Complete el cuadro siguiente de acuerdo con las relaciones métricas indicadas.

Nombre	Cantidad de lados	$\Sigma \alpha_i$	$\Sigma \alpha_\varepsilon$	α_i	α_ε	d_v	d_t	d_d
Triángulo								
Cuadrilátero								
Pentágono	5	540°	360°	108°	72°	2	10	5
Hexágono								
Eptágono								
Octógono								
Eneágono								
Decágono								
Endecágono								
Dodecágono								
Pentadecágono								
Icoságono								
				Polígono Regular				

RELACIONES MÉTRICAS para ÁNGULOS, en algunos polígonos

TRIÁNGULO



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\delta + \varepsilon + \phi = 360^\circ$$

$$\delta = \beta + \gamma$$

$$\varepsilon = \alpha + \gamma$$

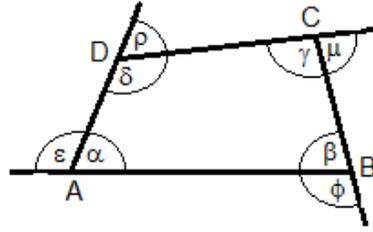
$$\phi = \alpha + \beta$$

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$\beta + \varepsilon = 180^\circ$$

$$\gamma + \phi = 180^\circ$$

CUADRILÁTERO



$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\epsilon + \phi + \mu + \rho = 360^\circ$$

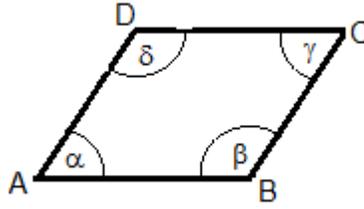
$$\epsilon + \alpha = 180^\circ$$

$$\beta + \phi = 180^\circ$$

$$\gamma + \mu = 180^\circ$$

$$\rho + \delta = 180^\circ$$

ROMBO



$$\alpha = \gamma$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\gamma + \delta = 180^\circ$$

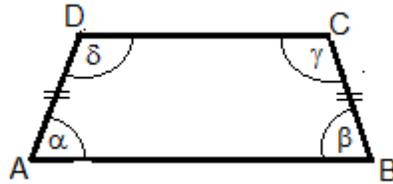
$$\beta = \delta$$

$$\beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

TRAPECIO ISÓSCELES



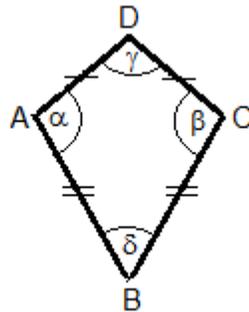
$$\alpha = \beta$$

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$\gamma = \delta$$

$$\beta + \gamma = 180^\circ$$

TRAPEZOIDE SIMÉTRICO o DELTOIDE

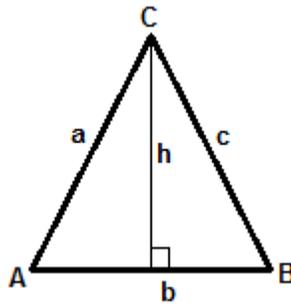


$$\alpha = \beta$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

RELACIONES MÉTRICAS para ÁREAS y PERÍMETROS en algunos polígonos

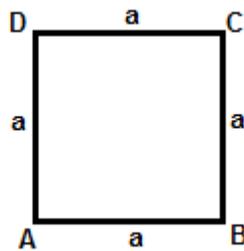
TRIÁNGULO de base b y altura h



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$P = a + b + c$$

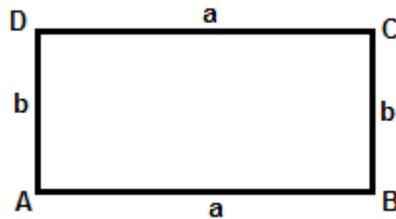
CUADRADO de lado a



$$A = a^2$$

$$P = 4a$$

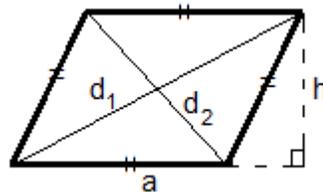
RECTÁNGULO de largo a y ancho b



$$A = ab$$

$$P = 2(a + b) = 2a + 2b$$

ROMBO de lado a , altura h y diagonales d_1 y d_2

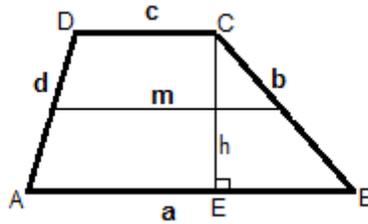


$$A = mh$$

$$P = 4a$$

$$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

TRAPECIO de bases **a** y **c**, paralela media **m** y altura **h**



$$m = \frac{a + c}{2}$$

$$A = mh$$

$$P = a + b + c + d$$

ANEXO

▪ Clasificación de los TRIÁNGULOS

Triángulo acutángulo isósceles	<i>Dos lados iguales y sus tres ángulos interiores agudos</i>
Triángulo acutángulo escaleno	<i>Todos sus lados distintos y sus tres ángulos interiores agudos</i>
Triángulo rectángulo isósceles	<i>Dos lados iguales y un ángulo interior recto (90°)</i>
Triángulo rectángulo escaleno	<i>Todos sus lados distintos y un ángulo interior recto (90°)</i>
Triángulo obtusángulo isósceles	<i>Dos lados iguales y un ángulo interior obtuso</i>
Triángulo obtusángulo escaleno	<i>Todos sus lados distintos y un ángulo interior obtuso</i>
Triángulo equilátero equiangular	<i>Todos sus lados iguales y todos sus ángulos interiores iguales</i>

▪ Clasificación de los CUADRILÁTEROS

Cuadrado	<i>Cuadrilátero convexo regular rectangular simétrico que pertenece a los paralelogramos</i>
Rombo	<i>Cuadrilátero convexo regular no rectangular que pertenece a los paralelogramos</i>
Rectángulo	<i>Cuadrilátero convexo irregular rectangular simétrico que pertenece a los paralelogramos</i>
Romboide	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular asimétrico que pertenece a los paralelogramos</i>
Trapezio isósceles	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular simétrico que pertenece a los trapecios</i>
Trapezio rectángulo	<i>Cuadrilátero convexo irregular semirectangular asimétrico que pertenece a los trapecios</i>
Trapezio escaleno	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular asimétrico que pertenece a los trapecios</i>
Trapezio trisolátero	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular simétrico que pertenece a los trapecios</i>
Trapezoide simétrico o deltoide	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular simétrico que pertenece a los trapezoides</i>
Trapezoide asimétrico	<i>Cuadrilátero convexo irregular no rectangular asimétrico que pertenece a los trapezoides</i>